16. Demostrar que la circunferencia del ejercicio 15 pasa por los pies de las alturas del triángulo.

17. Hallar la ecuación de la circunferencia cuyo centro está sobre el eje X y que pasa por los dos puntos $A(1, 3)$ y $B(4, 6)$.

18. Hallar la ecuación de la circunferencia cuyo centro está sobre el eje Y y que pasa por los puntos $A(2, 2)$ y $B(6, -4)$.

19. Una circunferencia pasa por los puntos $A(-3, 3)$ y $B(1, 4)$ y su centro está sobre la recta $3x - 2y - 23 = 0$. Hállese su ecuación.

20. Las ecuaciones de los lados de un triángulo son $9x + 2y + 13 = 0$, $3x + 8y - 47 = 0$ y $x - y - 1 = 0$. Hallar la ecuación de la circunferencia circunscrita.

21. La ecuación de una circunferencia es $x^2 + y^2 = 50$ El punto medio de una cuerda de esta circunferencia es el punto $(-2, 4)$. Hallar la ecuación de la cuerda.

22. La ecuación de una circunferencia es $(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 20$. Hallar la ecuación de la tangente a este círculo en el punto $(6, 7)$.

23. La ecuación de una circunferencia es $(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 5$. Hallar la ecuación de la tangente a la circunferencia que pasa por el punto $(3, 3)$. (Dos soluciones.)

24. Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por el punto $A(7, -5)$ y es tangente a la recta $x - y - 4 = 0$ en el punto $B(3, -1)$.

25. Hallar la ecuación de la circunferencia cuyo centro está sobre la recta $6x + 7y - 16 = 0$ y es tangente a cada una de las rectas $8x + 15y + 7 = 0$ y $3x - 4y - 18 = 0$. (Dos soluciones.)

40. Forma general de la ecuación de la circunferencia. Si desarrollamos la ecuación ordinaria

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2 , \qquad (1)$$

obtenemos

$$x^2 + y^2 - 2hx - 2ky + h^2 + k^2 - r^2 = 0 ,$$

lo cual puede escribirse en la forma

$$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = 0 , \qquad (2)$$

en donde

$$D = -2h , \quad E = -2k \quad \text{y} \quad F = h^2 + k^2 - r^2 .$$

Se deduce, por lo tanto, que la ecuación de una circunferencia cualquiera puede escribirse en la forma (2), llamada *forma general* de la ecuación de la circunferencia. El problema que se presenta ahora es averiguar si, recíprocamente, toda ecuación de la forma general (2) representa una circunferencia. Para contestar esta pregunta, pasaremos de la forma (2) a la forma (1) empleando el método de completar cuadrados. Ordenando los términos de (2), resulta

$$(x^2 + Dx) + (y^2 + Ey) = -F ;$$